

Logaritmus egyenletek

Oldd meg a következő logaritmus egyenleteket, határozd meg az értelmezési tartományt is!

1. $\log_4 2x + \log_4 3 = \log_4 5$
2. $10 + \log_2(x - 1) = \log_2(500x - 3)$
3. $\log_3(8x + 5) - \log_3(2x - 6) = 2$
4. $3 \cdot \log_2 6 + \log_2(x - 2) = \log_2(3x + 7)$

Megoldás:

1.

$$\begin{aligned}\log_4 2x + \log_4 3 &= \log_4 5 \\ \log_4(2x \cdot 3) &= \log_4 5 \\ \log_4 6x &= \log_4 5 \\ 6x &= 5 \\ x &= \frac{5}{6}\end{aligned}$$

Értelmezési tartomány:

$$x > 0$$



$x \in (0, \infty)$, és mivel az $\frac{5}{6}$ beleesik ebbe az intervallumba, ezért elfogadjuk megoldásnak.

2.

$$\begin{aligned}10 + \log_2(x - 1) &= \log_2(500x - 3) \\ \log_2 2^{10} + \log_2(x - 1) &= \log_2(500x - 3) \\ \log_2 1024 + \log_2(x - 1) &= \log_2(500x - 3) \\ \log_2(1024 \cdot (x - 1)) &= \log_2(500x - 3) \\ 1024 \cdot (x - 1) &= 500x - 3 \\ 1024x - 1024 &= 500x - 3 \\ 1024x - 500x &= 1024 - 3 \\ 524x &= 1021 \\ x &= \frac{1021}{524} \approx 1.95\end{aligned}$$

Értelmezési tartomány:

$$\begin{aligned}x - 1 &> 0 \\ x &> 1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}500x - 3 &> 0 \\ 500x &> 3 \\ x &> \frac{3}{500} = 0,006\end{aligned}$$



A két intervallum metszete: $x \in (1, \infty)$

Mivel az $\frac{1021}{524} \approx 1.95$ beleesik ebbe az intervallumba, ezért elfogadjuk megoldásnak.

3.

$$\begin{aligned}\log_3(8x + 5) - \log_3(2x - 6) &= 2 \\ \log_3 \frac{8x + 5}{2x - 6} &= \log_3 3^2 \\ \frac{8x + 5}{2x - 6} &= 9 \\ 8x + 5 &= 9 \cdot (2x - 6) \\ 8x + 5 &= 18x - 54 \\ 8x - 18x &= -54 - 5\end{aligned}$$

$$-10x = -59$$

$$x = \frac{-59}{-10} = \frac{59}{10} = 5,9$$

Értelmezési tartomány:

$$8x + 5 > 0$$

$$8x > -5$$

$$x > \frac{-5}{8}$$

$$x > -\frac{5}{8}$$

$$2x - 6 > 0$$

$$2x > 6$$

$$x > \frac{6}{2}$$

$$x > 3$$



A két intervallum metszete: $x \in (3, \infty)$

Mivel az 5,9 beleesik ebbe az intervallumba, ezért elfogadjuk megoldásnak.

4.

$$3 \cdot \log_2 6 + \log_2(x - 2) = \log_2(3x + 7)$$

$$\log_2 6^3 + \log_2(x - 2) = \log_2(3x + 7)$$

$$\log_2 6^3 \cdot (x - 2) = \log_2(3x + 7)$$

$$\log_2 6^3 \cdot (x - 2) = \log_2(3x + 7)$$

$$216 \cdot (x - 2) = 3x + 7$$

$$216x - 432 = 3x + 7$$

$$216x - 3x = 7 + 432$$

$$213x = 439$$

$$x = \frac{439}{213} \approx 2,06$$

Értelmezési tartomány:

$$x - 2 > 0$$

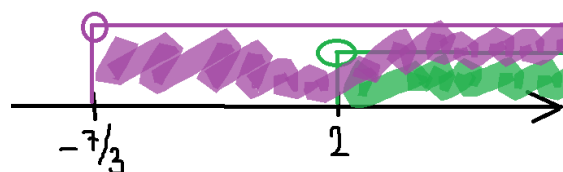
$$x > 2$$

$$3x + 7 > 0$$

$$3x > -7$$

$$x > \frac{-7}{3}$$

$$x > -\frac{7}{3}$$



A két intervallum metszete: $x \in (2, \infty)$

Mivel a 2,06 beleesik ebbe az intervallumba, ezért elfogadjuk megoldásnak.